

なかでもシグモイド (Sigmoid) 関数

$$f(x) = \frac{1}{1+e^{-x}} \quad (5)$$

がもっともよく使われる。

~~~~~

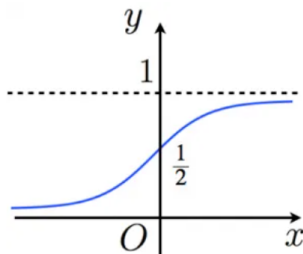
シグモイド関数

「シグモイド関数 (Sigmoid function)」について説明。座標点 (0, 0.5) を基点 (変曲点) として点対称となる S 字型の滑らかな曲線で、「0」～「1」の間の値を返す、ニューラルネットワークの活性化関数を指す。

~~~~~

シグモイド関数  $f(x) = \frac{1}{1 + e^{-ax}} \ (a > 0)$

シグモイド関数のグラフは、以下ようになります。



上記の4つの性質に注目することでグラフの概形が描けます。

$a$  が大きいほどカーブが急激になり、 $a$  が 0 に近いほどなだらかな曲線になります。

<https://manabitimes.jp/math/790>

~~~~~

Java は 1995 年に Sun Microsystems 社によって公開されたオブジェクト指向のプログラミング言語である。オブジェクトとよばれるまとまりをつないでプログラムを作ること、機能変更する際はオブジェクトの中の変更だけで済み、他に影響が及びにくいこと、大規模プログラムを作る際にプログラムを再利用できることや分担開発がしやすいなどの特徴がある。また Java はコンパイラによってバイトコードとよばれる中間コードに変換するため、**Java 仮想マシン**とよばれるプログラムがインストールされていれば、ハードウェアや OS などのプラットフォームを選ばず動作するという特徴をもっている。また Web サービスを受けるモバイル情報端末の OS である Android やそのアプリケーションも Java で開発されており、Web アプリケーションとの親和性が高いことを示している。

今後

CPS (Cyber Physical System), SDGs (Sustainable Development Goals), サービス (Service) ・サブスクリプション (Subscription) ・シェアリング (Sharing) がキー

タムであり、それぞれ技術、制度、社会文化に対応したものと考えられている。CPSはネットワークとセンサーを使って物理的なデータを大規模に収集し、AIを用いて高精度の分析や予測を行い、高い生産性を可能とするものである。SDGsは国連が多様性と包摂性のある社会をめざして決議した開発目標であり、今後のビジネスの国際標準となるものである。サブスクリプションはユーザーが製品を買い取るのではなく、Adobe社ソフトのように一定期間利用する権利に対して課金するもので、シェアリングはカーシェアリングのように未利用資産をネットワークによってビジネスとしての価値付けを行うものである。所から利用へという価値観が世代に依らず広がり、ものづくりから利用サービスへと産業形態の変移を示すものと考えられている。

~~~~~

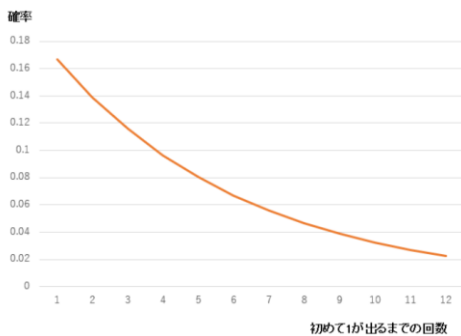
**幾何分布**とは成功確率  $p$  の独立なベルヌーイ試行において、最初の成功が起こるまでの失敗の回数  $n$  が従う確率分布

幾何分布の確率関数は次のようになります。

$$P(X = k) = (1 - p)^{k-1}p \quad (K = 1, 2, 3 \cdot \cdot \cdot)$$

この式のように**等比数列（幾何数列）**になっているので幾何分布という名前がついている。

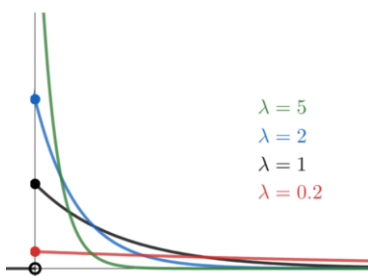
最初に紹介したサイコロを1の目が出るまでひたすら振り続けるときに、1の目が出るまでに無駄にサイコロを振り続ける回数の幾何分布についてグラフを書くと以下ようになります。



~~~~~

**指数分布**

指数分布は、確率が指数関数を用いて表現される、「無記憶性」をもつ唯一の連続型確率分布で、その確率密度関数は  $p(x) = \lambda e^{-\lambda x}$  で与えられます。これについて、その定義と具体例、性質をまとめて紹介しましょう。



指数分布は、「コールセンターに次に電話がかかってくるまでにかかる時間」や「次にこの交差点で事故が起こるまでにかかる時間」など、次に何かが起こるまでの時間を表す分布によく使われます。

~~~~~

### 指数分布による確率推定

東海地方では1498~1854年(356年間)に巨大地震が4回発生している。このデータを用いて巨大地震が次に起こる時期について推定を行う。

$X$  を発生するまでの年数とすると、パラメータ  $\lambda$  は単位時間あたりの発生回数を示すので、 $\lambda = \frac{4}{358} = 0.011$  (回/年) が求まる。この地域に住む20歳の人(平均寿命80歳とすると)残りの人生60年間に巨大地震に見舞われる確率は次のように算出される。

$$\begin{aligned} P(X < 60) &= \int_0^{60} (0.011e^{-0.011x}) dx = -\int_0^{60} e^t dt = -[e^t]_0^{-0.66} = -(0.517 - 1) \\ &= 0.483 \end{aligned}$$

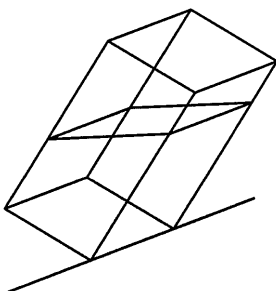
プリミティブな確率推定ではあるが、巨大地震が差し迫っていることが分かる。

### 数学の方法に関係した数学的な考え方

- (1) 帰納的な考え方
- (2) 類推的な考え方
- (3) 演繹的な考え方
- (4) 統合的な考え方
- (5) 発展的な考え方
- (6) 抽象化の考え方
- (7) 単純化の考え方
- (8) 一般的の考え方
- (9) 特殊化の考え方
- (10) 記号化の考え方

正しい答えが幾通りにもなる問題 (オープンエンドの問題という)。

「プラスチック(透明体)でできた直方体の容器に、水が途中まで入っている。この容器を、底面の一边を固定して傾けると、傾きに応じて、水面で限られたいろいろな部分の形や大きさが変わる。それらの形や大きさの間にある、いろいろなきまりをできるだけたくさん見つけよ。」



多数決はコンドルセ敗者を選択しうる。

つぎの例を考えてほしい。有権者19人が3つの代替案  $\{X_1, X_2, X_3\}$  中からひとつを選択する。有権者は、下表のように代替案を1位から3位まで順位付けしている。

順位	3人	4人	2人	4人	6人
1位	$X_1$	$X_1$	$X_2$	$X_2$	$X_3$
2位	$X_2$	$X_3$	$X_1$	$X_3$	$X_2$
3位	$X_3$	$X_2$	$X_3$	$X_1$	$X_1$

表の右端の列の「6人」は、有権者19人のうち6人が、 $X_3$ を1位に、 $X_2$ を2位に、 $X_1$ を3位に順位付けすることを表す。

この例で多数決を実施すると、代替案  $X_1$ が選択される。有権者は各自の1位にのみ1票を投じ、 $X_1$ は7票、 $X_2$ は6票、 $X_3$ は6票を得る。

いま、つぎの対比較を考える。表を眺め、 $X_2$ を  $X_1$ よりも上位に置く有権者を数える。表の右側3つの列はどれも  $X_2$ が  $X_1$ の上位にあり、有権者の過半数(12人)は  $X_2$ を  $X_1$ よりも良いと思っている。また右側2列から、有権者の過半数(10人)が  $X_3$ を  $X_1$ よりも良いと思っている。つまり、 $X_1$ は多数決の勝者であるにもかかわらず、対比較では  $X_2$ 、 $X_3$ に負ける。

この  $X_1$ のように、他のすべての代替案に対比較で負ける代替案を「コンドルセ敗者」とよぶ。一方、他のすべての代替案に対比較で勝つ代替案を「コンドルセ勝者」とよぶ。上述の例により、多数決はコンドルセ敗者を選択しうる可能性があることが分かる。

### 3. 誕生日問題

いま、あなたは50人のクラスの学生だとする。このとき、少なくとも2人がおなじ誕生日である確率はどのくらいであろうか。ただし、各学生の誕生日は同等に確か<sup>2)</sup>で、うるう年はないものとする。少なくとも2人というのは、えるのがややこしいので、学生全員の誕生日が異なる確率を求めて1からその値を引いて求めることにする。

まず起こりうるすべての場合の数は $365^{50}$ である。つぎにひとりずつ誕生日を聞いていこう。はじめの学生の誕生日は365日のうちのどれかである。2人目の学生の誕生日ははじめの学生の誕生日以外の364日のうちのどれかである。3番目以降も同じように考えれば、50人目の学生の誕生日は $365-50+1$ 日のうちのどれかである。このことから、50人全員の誕生日が異なる場合の数は

$$365 \times 364 \times 363 \times \dots \times (365 - 50 + 1)$$

となる<sup>3)</sup>。したがって、すべての学生の誕生日が異なる確率は

$$\frac{365 \times 364 \times 363 \times \dots \times (365 - 50 + 1)}{365^{50}} = 0.0296264$$

図表 9-1 おなじ誕生日のひとがいる確率

人数	確率
5	0.027
10	0.117
15	0.253
20	0.411
23	0.507
40	0.891
50	0.970
60	0.994

卸売業、小売業、医療、福祉、宿泊業、飲食サービス業といった低付加価値でなおかつ企業数や就業者数の多い産業が、日本全体の労働生産性の元凶となっていることを、理解し認識する必要があるということだ。

...

日本の労働集約的サービス業の生産性低下の原因に、優秀な人材の不足がある。それは、付加価値が低いために、給与の低い業界となってしまったからだ。もちろん業務内容の魅力も少なく、単純作業が多い。